

Gompertz 関数による水平面全天日射量の直散分離に関する研究

SEPARATION OF HORIZONTAL SOLAR RADIATION INTO DIRECT AND DIFFUSE COMPONENTS WITH GOMPERTZ FUNCTION

張 晴 原*

Qingyuan ZHANG

Direct and diffuse solar radiations are necessary when simulating the thermal performance of buildings. In most cases, however, only the total solar radiation on the horizontal surface is observed at the observatories. Therefore the separating procedure from the total radiation into direct and diffuse radiations becomes necessary. In this paper, a new method to separate the global horizontal solar radiation into direct and diffuse components was developed with the Gompertz function. Using the observed solar data of Beijing, Chengdu, Lanzhou, Lhasa, Shanghai, Tsukuba and Ulumuqi, a model for the separation was developed and the results were compared with that from other models.

Keywords: Solar radiation, Observation, Separation of global radiation, Gompertz function, Model

日射、観測値、直散分離、Gompertz 関数、モデル

1. はじめに

建物の熱的挙動のシミュレーションを行う際、毎時法線面直達日射量と天空日射量が必要になっている。しかし、多くの気象台では、水平面における直達日射と天空日射の和である水平面全天日射量だけを観測し、直達日射と天空日射を別々に観測していない。そのため、水平面全天日射量から直達成分と天空成分に分離する作業いわゆる直散分離を行う必要がある。また、著者ら¹⁾はアジア地域における標準年気象データを作成する際、対象都市における時刻別水平面全天日射量を推定したが、それをさらに直達日射と天空日射に分離する必要がある。

直散分離の方法に関する研究は数多くなされておき、海外では Parmelee²⁾の研究、Liu and Jordan³⁾の研究、Reindle et al⁴⁾の研究、Perez et al⁵⁾の研究、Erbs et al⁶⁾の研究などが挙げられる。日本では、宇田川・木村⁷⁾が高層気象台において観測された水平面全天日射量と天空日射量の毎時積算値を用いて、標準化した水平面全天日射量の一次式と3次式の組み合わせによる直散分離の方法を開発した。渡邊ら⁸⁾が福岡での観測データを用いて、2種類の直散分離の方法を提案し、その精度について検討した。曾我ら⁹⁾はすでに発表された直散分離モデルから8モデルを選び、それらのモデルによる直散分離精度を全国14気象台観測値との比較によって詳細に検証した。

これまでの直散分離モデルの中で、晴天指数(大気圏外水平面日射量に対する観測点における水平面全天日射量の比)を説明変数とするモデルは大半を占めている。上述の Liu and Jordan モデル、Erbs モデル、宇田川・木村モデルなどがこのタイプのモデルであり、渡邊らの2つのモデルのうち、大気透過率を介していないものもこのタイプに属する。このタイプのモデルでは通常、晴天指数0~1.0における2つ以上の式の組み合わせによって直散分離を行っており、煩雑だけでなく、異なる式の接続部において不自然さが起こりやすい問題もある。

このような晴天指数型直散分離モデルの問題点を鑑み、本研究では中国の6箇所と日本の高層気象台(つくば市)計7箇所での観測日射量データを用い、直散分離の基本関数として Gompertz 関数¹⁰⁾を用いて直散分離モデルを作成した。まず、7都市における毎時積算日射量を太陽高度角ごとに整理し、太陽高度の正弦が0.4、0.6、0.8と0.95のときの直散分離式を作成した。次に、Gompertz 関数中の係数、底および指数を太陽高度の正弦の関数として表し、任意の太陽高度における直散分離ができるようになった。このようにして作成したモデルは他の晴天指数型直散分離モデルと違って、晴天指数0~1.0の全定義域において、単一の関数式で直散分離できるようになった。最後に、本研究で作成したモデルによる結果と観測データおよび既存の晴天指数型直散分離モデルによる結果を比べることによって、その

* 筑波技術短期大学建築工学科 教授・工博

Prof., Department of Architectural Engineering, Tsukuba College of Technology, Dr. Eng.

精度を検証した。

記号

$a_1 \sim a_4$: Gompertz 関数の係数、底、指数(いずれも常数)、(-)

$A_1 \sim A_4$: 太陽高度の正弦 $\sin h$ の関数として表される Gompertz 関数の係数、底、指数、(-)

h : 太陽高度、($^\circ$)

I_0 : 太陽常数、 $I_0=1382\text{W}/\text{m}^2$

I_d : 水平面天空日射量、(W/m^2)

I_H : 水平面全天日射量、(W/m^2)

I_p : 法線面直達日射量、(W/m^2)

K_{ds} : 文献⁸⁾における $I_p \sin h / I_d$ で標準化した直達日射量、

$$K_{ds} = \frac{I_p \sin h}{I_0 \sin h - I_d}$$

K_p : $I_p \sin h$ で標準化した直達日射量、(-)

$$K_p = \frac{I_p \cdot \sin h}{I_0 \cdot \sin h} = \frac{I_p}{I_0}$$

K_t : 晴天指数($I_p \sin h$ で標準化した水平面全天日射量)、(-)

$$K_t = \frac{I_p \cdot \sin h + I_d}{I_0 \cdot \sin h} = \frac{I_H}{I_0 \cdot \sin h}$$

P : 大気透過率(-)、 $P = \left(\frac{I_p}{I_0}\right)^{\sin h}$

2. 観測日射量データと大気透過率

本研究では北京、成都、蘭州、ラサ、上海、つくばとウルムチの7都市の2001年観測気象データを用いて検討を行っている。中国における研究対象都市を選定する際、地理的分布を考慮し、なるべく偏らないように注意を払っている。また、標高が晴天指数と正の相関関係にあるので、幅広い晴天指数の持つデータを得るために、できるだけ異なる標高レベルから日射量観測点を選んだ。例えば、晴天指数0.8以上のデータを得るためにラサのような標高の高い観測点が必要である。モデル作成に使用した観測気象データには中国の場所においては法線面直達日射量と天空日射量、高層気象台(つくば市)においては水平面直達日射量と天空日射量が含まれており、いずれも毎時積算値である。中国の直達日射量観測に使用した直達日射計は1/2開口角が 5° であり、高層気象台で使用した直達日射計の1/2開口角(2.5°)より大きい。このような差異は測定結果に影響している可能性が

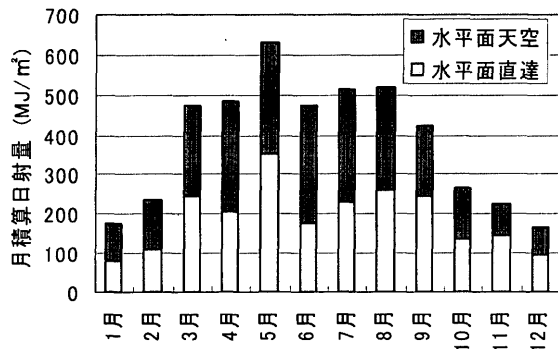


図1 北京における2001年月別水平面直達と水平面天空日射量

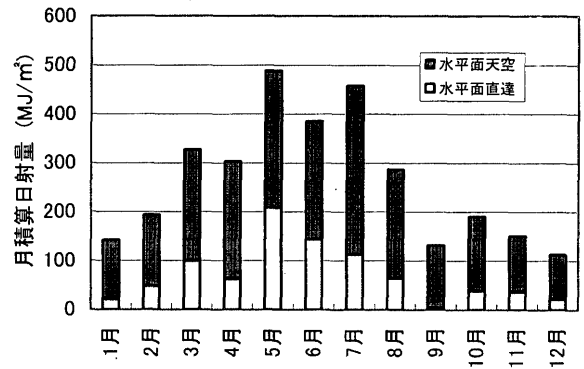


図2 成都における2001年月別水平面直達と水平面天空日射量

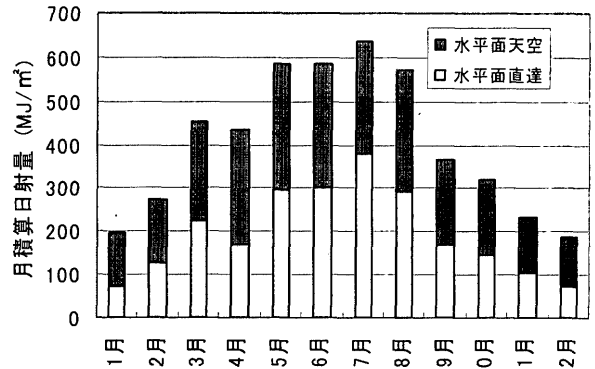


図3 蘭州における2001年月別水平面直達と水平面天空日射量

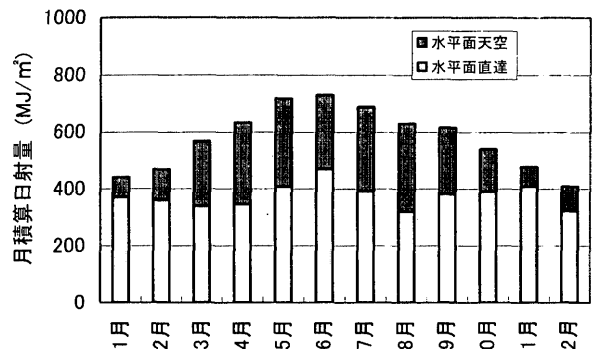


図4 ラサにおける2001年月別水平面直達と水平面天空日射量

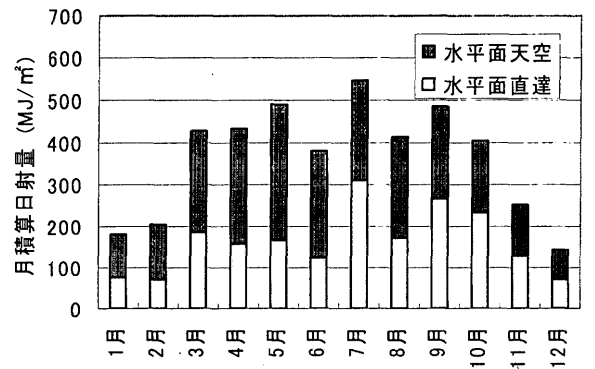


図5 上海における2001年月別水平面直達と水平面天空日射量

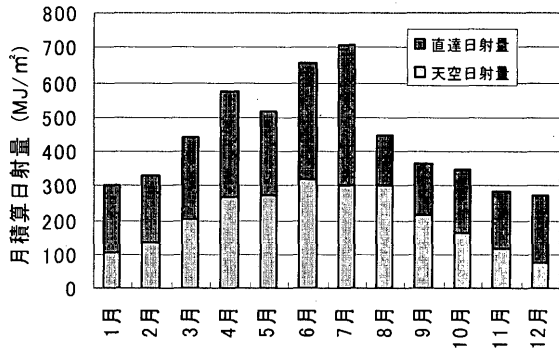


図6 つくばにおける2001年別水平面直達と水平面天空日射量

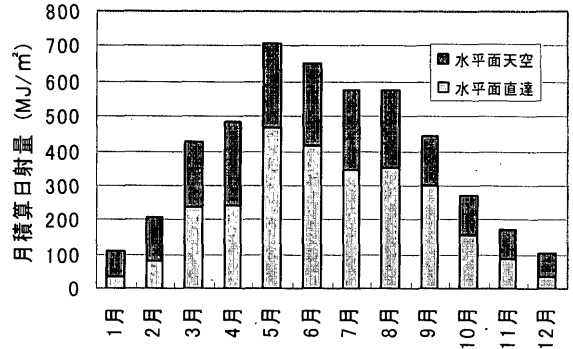


図7 ウルムチにおける2001年別水平面直達と水平面天空日射量

表1 研究対象都市の2001年各月の太陽高度角の正弦が0.3以上になる時間帯の月平均大気透過率

都市名	北緯	東経	標高(m)	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	AVE
北京	39°56'	116°17'	55	0.42	0.38	0.45	0.30	0.38	0.21	0.25	0.32	0.39	0.33	0.58	0.52	0.38
成都	30°40'	104°01'	507	0.09	0.13	0.17	0.08	0.22	0.15	0.14	0.09	0.01	0.10	0.13	0.12	0.12
蘭州	36°03'	103°53'	1518	0.33	0.39	0.39	0.24	0.31	0.32	0.37	0.34	0.25	0.34	0.43	0.42	0.34
ラサ	29°40'	91°08'	3659	0.78	0.67	0.47	0.42	0.41	0.43	0.37	0.33	0.47	0.60	0.81	0.77	0.54
上海	31°24'	121°29'	8	0.26	0.20	0.30	0.21	0.19	0.14	0.32	0.20	0.38	0.41	0.39	0.25	0.27
つくば	36°03'	140°08'	25	0.54	0.46	0.38	0.39	0.26	0.17	0.39	0.19	0.24	0.36	0.49	0.59	0.37
ウルムチ	43°47'	91°87'	919	0.34	0.40	0.50	0.36	0.49	0.42	0.36	0.43	0.50	0.43	0.51	0.43	0.43

あると考えられるが、その影響について本論では検討しない。図1～図7に各地における水平面直達日射量および天空日射量の月積算値を示す。7都市の中で、図2に示す成都の直達日射量が最も少なく、ゼロに近い月さえある。一方、図4に示すように、標高の高いラサでは水平面直達日射量だけでなく、直達日射成分の全天日射量に対する割合も大きく、空気の希薄さを物語っている。また、ウルムチ(図7)では日射量の年変動が大きく、水平面全天日射量の最も少ない12月は最も多い5月の1/7以下である。

表1に研究対象となる7箇所の緯度、経度、標高と2001年各月の時刻別大気透過率 P の月平均値を示す。太陽高度角の正弦 \sinh が0.3以下になる時間帯において、データのバラツキが大きくなるので、これらの時間帯の観測値を除外した。成都では、年間を通じて曇天日が多いため、年平均大気透過率が0.12と低い。チベット高原にあるラサでは標高が高く、太陽光線の質量通過距離が短いため、7箇所の中で大気透過率が最も大きくなっている。表1に示す大気透過率は直散分離に直接使用していないが、各地の日射特性資料として示す。

3. モデルの作成

水平面全天日射量の直散分離を行う際、日射量の成分特性を大気圏外水平面日射量 $I_0 \sinh$ によって標準化された直達日射量 K_n と水平面全天日射量(晴天指数) K_t との座標系で表した方が便利である。図8は対象となる7都市の毎時観測日射量を K_n-K_t 座標系にプロットしたものである。 K_t が0.2以下になる域においては、直達日射量 K_n が僅かであるが、 K_t が増大するにつれて、直

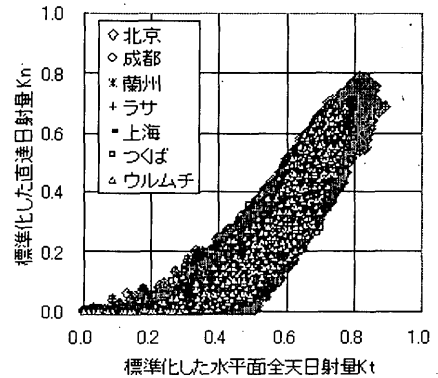


図8 7都市における標準化した直達日射量 K_n の観測値

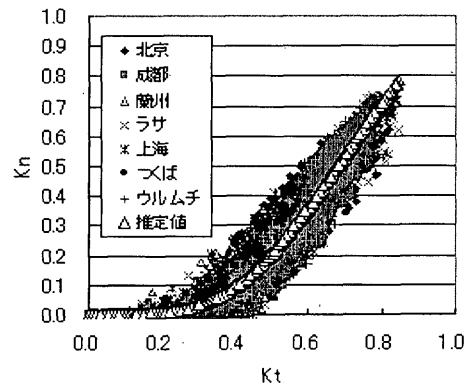


図9 各都市における K_n の推定値と観測値 ($\sinh=0.3\sim0.5, RMSE=0.053$)

達日射の成分が増え、やがて K_n が全天日射量 K_t に等しくなっていく。このような過程は成長関数と呼ばれる Gompertz 関数¹⁰⁾の特徴と一致するので、この関数を水平面全天日射量の直散分離に利用できると予測される。本研究ではまず、標準化した直達日射量 K_n を次の Gompertz 関数で表すように試みた。

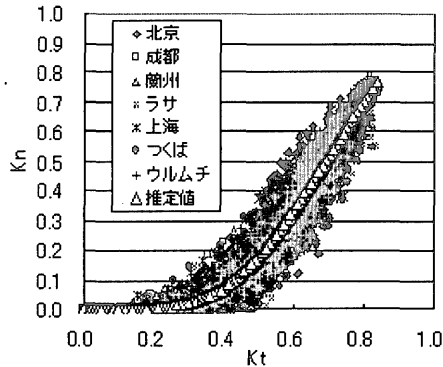


図10 各都市における K_n の推定値と観測値 ($\sin h = 0.5 \sim 0.7, RMSE = 0.55$)

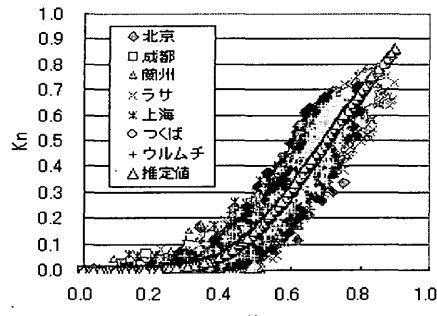


図11 各都市における K_n の推定値と観測値 ($\sin h = 0.7 \sim 0.9, RMSE = 0.057$)

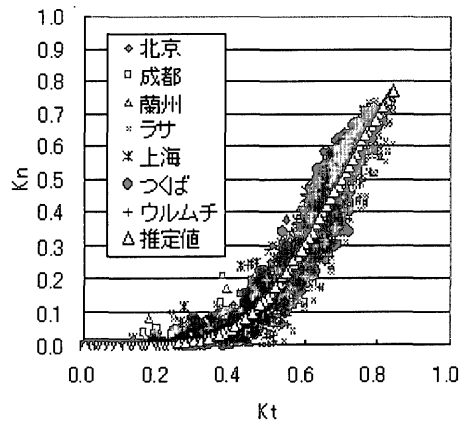


図12 各都市における K_n の推定値と観測値 ($\sin h = 0.9 \sim 1.0, RMSE = 0.059$)

表2 $a_1 \sim a_4$ の値

$\sin h$	a_1	a_2	a_3	a_4
0.3-0.5	1.3910	3.2232	9.4301	2.9904
0.5-0.7	1.3804	3.4118	10.4102	2.9941
0.7-0.9	1.3574	3.6668	11.5724	2.9893
0.9-1.0	1.3320	3.8976	12.3945	2.9861

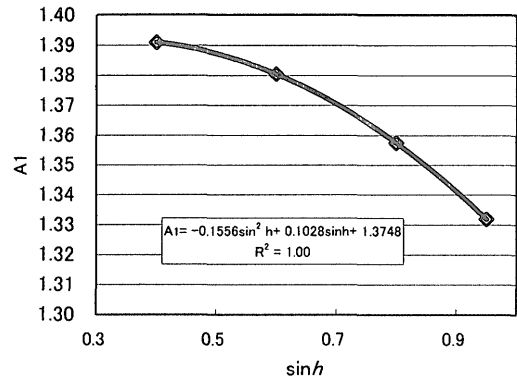


図13 A_1 と $\sin h$ と関係

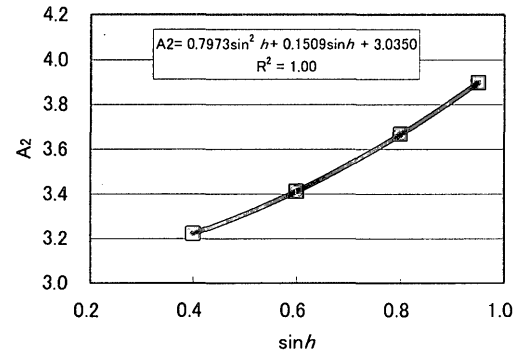


図14 A_2 と $\sin h$ と関係

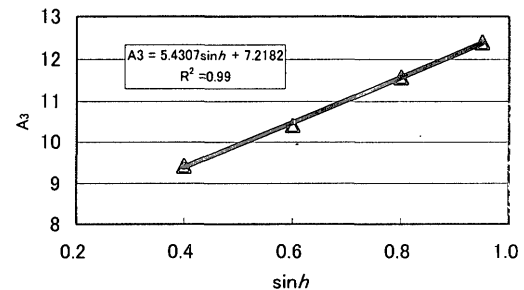


図15 A_3 と $\sin h$ と関係

$$K_n = a_1 a_2^{-a_3 a_2^{-a_4 K_t}} \quad (1)$$

異なる太陽高度における K_n と K_t の関係を調べるために、対象となる7都市の観測気象データを太陽高度の正弦で整理した。すなわち、全ての観測データを観測場所を問わず $\sin h = 0.3 \sim 0.5, 0.5 \sim 0.7, 0.7 \sim 0.9, 0.9 \sim 1.0$ の4グループに分けた。太陽高度が低いときデータのバラツキが大きくなるため、解析の際、 $\sin h$ が0.3以下になる観測データを除外した。それぞれのグループの観測データを用いて最小二乗法により式(1)中の $a_1 \sim a_4$ を求め、これらの回帰曲線と観測値との関係を図9～図12に示す。全体的に見ると、Gompertz形回帰曲線が観測値とよく一致していると言える。太陽高度グループごとの常数 $a_1 \sim a_4$ は表2のとおりである。 a_1 が $\sin h$ の増大につれて減少するが、 a_2 と a_3 は逆に増大する傾向にある。 a_4 の $\sin h$ による変動幅が小さく、ほぼ一定である。各太陽高度グループの $\sin h$ をそれぞれ

れのグループの中心値、すなわち 0.4、0.6、0.8、0.95 で表すことにし、 a_1 、 a_2 と a_3 と \sinh との関係それぞれ図 13～図 15 に示す。最小二乗法を用いて、次のように \sinh に関する回帰式を得た。 A_1 、 A_2 、 A_3 はそれぞれ a_1 、 a_2 と a_3 を用いて得られた \sinh の関数式として表すことができる。

$$A_1 = -0.1556\sin^2 h + 0.1028\sinh + 1.3748 \quad (2)$$

$$A_2 = 0.7973\sin^2 h + 0.1509\sinh + 3.035 \quad (3)$$

$$A_3 = 5.4307\sinh + 7.2182 \quad (4)$$

各グループにわたって a_4 はほぼ一定であるため、任意の \sinh における K_n を求める際、表 2 に示す a_4 の代わりに A_4 を使用し、その値を各グループにおける a_4 の平均値 2.990 とした。以上のように $A_1 \sim A_4$ を計算すれば、任意の \sinh における K_n が式(5)によって求められ、直散分離ができることになる。

$$K_n = A_1 A_2^{-A_3 A_4^{-A_4 K_t}} \quad (5)$$

\sinh が 0.1～1.0 における K_n - K_t 曲線を図 16 に示す。同一 K_t においては、 \sinh が大きくなるにつれて直達日射量 K_n が減少する傾向にあり、その点について文献^{7),8)}と一致する。 $K_t=0$ のとき、すべての \sinh において $K_n=0$ になっている。また、 $K_t=1$ のとき、すべての \sinh の

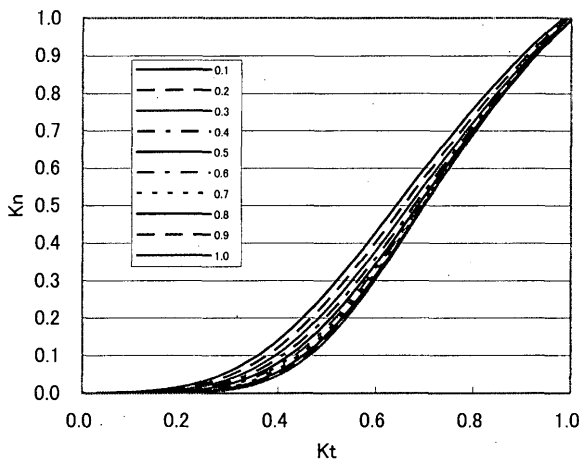


図16 式(5)による各太陽高度における K_n - K_t 曲線

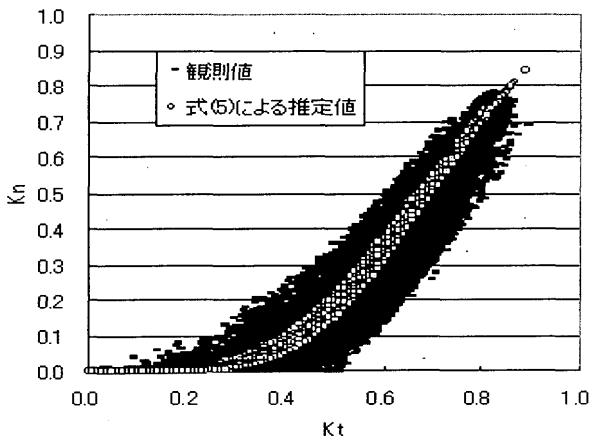


図17 式(5)による K_n の推定値と観測値との比較 (RMSE=0.057)

グラフでは $K_n \approx 1.0$ となり、大気圏外での水平面全天日射量が水平面直達日射量に等しいことを意味する。式(1)中の $a_1 \sim a_4$ を求める際、 \sinh が 0.3 以下になる時間帯の観測データを外しているが、図 16 中の $\sinh=0.1, 0.2, 0.3$ のグラフは式(2)～(4)の説明変数 \sinh の変域を拡張させて得たものである。

式 (5) による K_n の推定値と 7 都市における観測値との比較を図 17 に示す。本研究で開発した Gompertz 関数形直散分離式は観測値によく一致しており、水平面全天日射量の時間積算値の直散分離に利用できると思われる。

4. 従来のモデルとの比較

文献^{7),8),9)}ではすでに以前のモデルによる直散分離結果との比較を行った。本論文では、式 (5) に示すモデルと同じ晴天指数型モデルである Erbs モデル⁶⁾、宇田川・木村モデル⁷⁾、渡邊モデル⁸⁾による直散分離結果との比較を行う。文献⁶⁾では、晴天指数を唯一の説明変数としたモデルを開発した。

$$I_d / I_H = 1.0 - 0.09K_t \quad (K_t \leq 0.22)$$

$$I_d / I_H = 0.9511 - 0.1604K_t + 4.388K_t^2 - 16.638K_t^3 + 12.336K_t^4 \quad (0.22 < K_t \leq 0.80)$$

$$I_d / I_H = 0.165 \quad (K_t > 0.80) \quad (6)$$

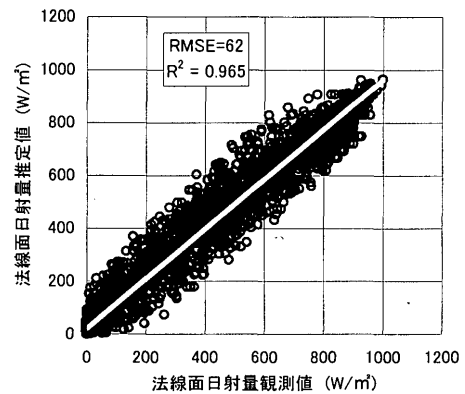


図18 式(5)による法線面日射量推定値と観測値との相関(高層気象台、2002年)

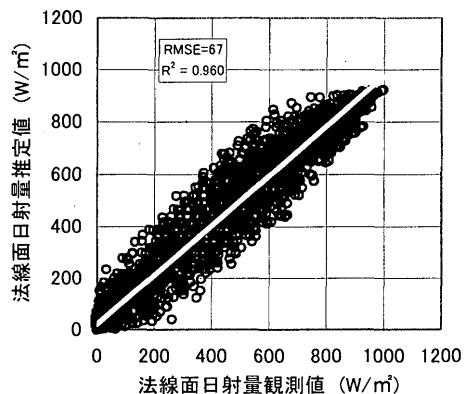


図19 式(6)による法線面日射量推定値と観測値との相関(高層気象台、2002年)

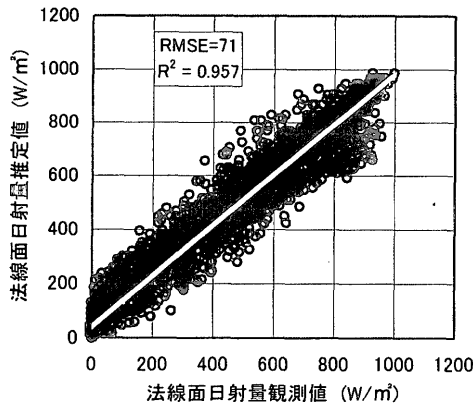


図20 式(7)による法線面日射量推定値と観測値との相関(高層気象台、2002年)

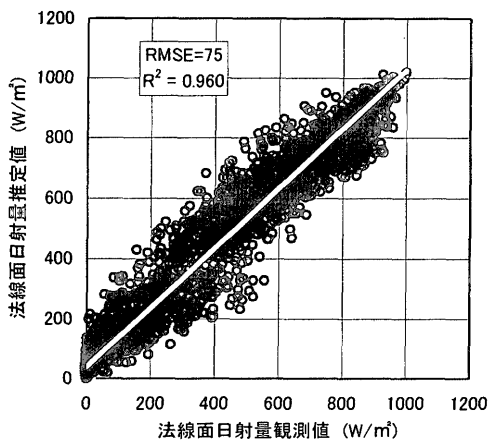


図21 式(8)による法線面日射量推定値と観測値との相関(高層気象台、2002年)

式(6)に示す Erbs モデルでは $K_t=1.0$ のとき、天空日射量 I_d がゼロにならないため、 $K_t > 0.8$ の域では、直達日射量が過小になる恐れがある。

文献⁷⁾では、宇田川・木村が高層気象台(つくば市)の毎時積算直達日射量と天空日射量観測値を用いて次の分離式を作成した。

$$K_n = -0.43 + 1.43K_t \quad (K_t \geq K_{tc} \text{ のとき})$$

$$K_n = (2.277 - 1.258\sin h + 0.2396\sin^2 h)K_t^3 \quad (K_t < K_{tc} \text{ のとき}) \quad (7)$$

但し、 $K_{tc} = 0.5163 + 0.333\sin h + 0.00803\sin^2 h$

また、渡邊ら⁸⁾は福岡市における観測日射量を用いて大気透過率を介して直散分離を行うモデルと次式のような晴天指数型モデルを作成したが、本論では同じく晴天指数型分離モデルだけを比較対象とする。

$$K_{ds} = K_t - (1.107 + 0.03569\sin h + 1.681\sin^2 h) \cdot (1 - K_t)^3 \quad (K_t \geq K_{tc}' \text{ のとき})$$

$$K_{ds} = (3.996 - 3.862\sin h + 1.540\sin^2 h)K_t^3 \quad (K_t < K_{tc}' \text{ のとき}) \quad (8)$$

但し、 $K_{tc}' = 0.4268 + 0.1934\sin h$

式(5)~(8)から法線面直達日射量 I_n を求め、式(5)を作成する際に使用しなかった 2002 年高層気象台(つくば市)の観測値との関係を調べた。図 18、図 19、図 20 と図 21 にそれぞれ式(5)~式(8)による時刻別法線面直達日射量の推定値と観測値との相関を示す。4 者の RMSE はそれぞれ $62\text{W}/\text{m}^2$ 、 $67\text{W}/\text{m}^2$ 、 $71\text{W}/\text{m}^2$ と $75\text{W}/\text{m}^2$ であり、解析対象の 7 都市における法線面直達日射量推定値の RMSE ($80\text{W}/\text{m}^2$ 、 $84\text{W}/\text{m}^2$ 、 $88\text{W}/\text{m}^2$ 、 $93\text{W}/\text{m}^2$) と同じ順序である。したがって、本研究で開発された Gompertz 関数形直散分離式(5)は多数地点への適合性をもつだけでなく、十分な精度を有するとも言える。また、他の晴天指数型直散分離モデルのように 2 つ以上の関数を用いて直散分離を行うのではなく、単一の関数で $K_t=0\sim 1.0$ において直散分離ができるのも本直散分離法の特徴である。

5. 結論

本研究では中国の北京、成都、蘭州、ラサ、上海、ウルムチと日本の高層気象台(つくば)計 7 都市の日射量観測値を用いて、Gompertz 関数形直散分離式を作成した。本研究で得られた知見は次の通りである。

- ① 時間積算水平面全天日射量は次のように直達日射と天空日射に分離することができる。

$$K_n = A_1 A_2^{-A_3 A_2^{-A_4 K_t}}$$

$$A_1 = -0.1556\sin^2 h + 0.1028\sinh + 1.3748$$

$$A_2 = 0.7973\sin^2 h + 0.1509\sinh + 3.035$$

$$A_3 = 5.4307\sinh + 7.2182$$

$$A_4 = 0.2990$$

法線面日射量は次のように求められる。

$$I_n = K_n \cdot I_0$$

また、水平面天空日射量 I_d は次のように求められる。

$$I_d = I_t - I_n \cdot \sin h$$

- ② 研究対象となる 7 都市における 2001 年の毎時日射量観測値に比べ、式(5)による法線面直達日射量の推定誤差を表す RMSE は $80\text{W}/\text{m}^2$ 程度である。
- ③ 本モデルは地理的分布と標高を考慮した中国 6 箇所と日本 1 箇所のデータを用いて作成したので、広い地域へ適応できると思われる。
- ④ $K_t=0\sim 1.0$ において単一の関数(式(5))を用いて直散分離ができるのも本直散分離法の特徴である。

謝辞 貴重な気象データを提供していただいた㈱ダイキン空調技術研究所、高層気象台第三課多田一正課長、同じく長沼弘主任研究官、ならびに研究の助言をしていただいた香港理工大学 Yang Hongxing 博士に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Zhang, Q., Huang, J. and Yang H.: Development of Typical and Design Weather Data for Asian Locations, Journal of Asian Building and

- Architectural Engineering, Vol.1, No.2, pp.49-55, 2002
- 2) Parmelee, G.V.: Irradiation of Vertical and Horizontal Surfaces by Defuse Solar Radiation from Cloudness Skies, ASHVE TRANSACTIONS, Vol.60, 1954
 - 3) Liu, B.Y.H. and Jordan, R.B., The Interrelationship and Characteristic Distribution of Direct, Defuse and Total Solar Radiation, Solar Energy , Vol.4, No.3, pp.1-19, July 1960
 - 4) Reindle, D., Beckman, W.A. and Duffie, J.A.: Diffuse Fraction Correlations. Solar Energy, Vol.45, No.1, pp.1-7, 1990
 - 5) Perez, R., Seals, R., Zelenka, A. and Ineichen, A.: Climatic Evaluation of Models That Predict Hourly Direct Irradiance from hourly Global Irradiance: Prospects for Performance Improvements, Solar Radiation Vol.44, No.2, pp.99-108, 1990
 - 6) Erbs, D.G., Klein, S.A. and Duffie, J.A.: Estimation of the Diffuse Radiation Fraction for Hourly, Daily and Monthly-Average Global Radiation, Solar Energy, Vol.28, No.4, pp.293-302, 1982
 - 7) 宇田川光弘、木村建一: 水平面全天日射量観測値よりの直達日射量の推定、日本建築学会計画系論文報告集、第 267 号、pp.83-89, 1978.5
 - 8) 渡邊俊行、浦野良美、林徹夫: 水平面全天日射量の直散分離と傾斜面日射量の推定、日本建築学会計画系論文報告集、第 330 号、pp.96-108, 1983.8
 - 9) 曾我和弘、赤坂裕、二宮秀典: 全天日射量から直達日射量と天空日射量を推定する各種モデルの比較と評価、日本建築学会計画系論文集、第 512 号、pp.17-24, 1998.10
 - 10) Parton, W.J. and Innis, G.S.: Some Graphs and Their Functional Forms. Technical Report No.153, National Resources Ecology Laboratory, p.21, 1972
 - 11) 中国地図出版社: 中国気候資源地図集、p.189, 1994.10

(2003年10月21日原稿受理, 2004年2月23日採用決定)