

共振法による薄板の音弾性応力測定*

村上芳則*¹, 平尾雅彦*²
福岡秀和*², 三戸良亮*³Acoustoelastic Resonance Method to Measure Residual Stress
in Thin PlatesYoshinori MURAKAMI, Masahiko HIRAO,
Hidekazu FUKUOKA and Yoshiaki MITO

The resonance method is studied for measuring residual stresses in thin plates of aluminum 2024-T 361. The resonance frequency is a function of the plate thickness and the elastic wave velocity, both of which vary with the stress because of the Poisson effect and the acoustoelastic effect. PZT elements of the thickness-shear mode are used to obtain the resonance frequencies for the polarizations in the principal stress directions. Their difference, being equivalent to the acoustic birefringence, is found to be linearly dependent on the uniaxial stress up to 300 MPa. The frequency shift induced by mounting the PZT element can be minimized by choosing the mode whose resonance frequency is closest to that of the transducer alone. The two-dimensional stress field in welded plates is then measured by scanning and rotating the transducer. The obtained principal stress difference coincides with the measurements by the conventional sing-around method and the destructive strain gauge method. The accuracy is about ± 10 MPa.

Key Words: Experimental Stress Analysis, Residual Stress, Welding, Acoustoelasticity, Resonance Frequency, Transducer Correction

1. 緒 言

一般に、航空機をはじめ、各種タンクなどの薄板金属構造物では、軽量化のため材料に過酷な荷重が負荷される場合が多い。これらの構造物の設計応力確認のための負荷実験においては、依然として、ひずみゲージが測定に使用されているが、作業性の低さにより迅速に応力が評価できる方法が求められている。

この応力を評価する方法の一つに複屈折音弾性法がある。材料に応力が存在すると力学的な異方性が生じ、材料中を伝ばする横波が複屈折する。この方法では、主応力方向に偏向した二つの横波の音速差から主応力差を評価する。音弾性法については、シングアラウンド法、パルス重畳法などの高精度音速測定法を用いて数多くの研究がなされており⁽¹⁾、すでに材料内部の残留応力の非破壊的評価として実用化の段階に達しつつある。しかし、音弾性法を用いて薄板の応力を評価する場合、従来の方法のように、弾性波の伝ば時間を測定する方法では、伝ば距離が短いため精度の低下が避

けられない。さらに測定対象物が薄くなると、多重エコーが重なり合い、測定不可能となる。この問題点を克服する一つ的手段として、試料(薄板)内に発生する定在波を利用する共振法⁽²⁾⁽³⁾がある。

共振法による音弾性応力測定では、試料に音響的に結合された振動子の電氣的インピーダンスの周波数による変化を測定する。そのピークを与える周波数から試料内に生じた定在波の共振周波数を求める。この周波数から薄板の板厚方向に伝ばする超音波の音速を求めることができるので、既に知られている音弾性法則に従って応力を評価できる。

実際には試料自体の共振周波数ではなく、試料に超音波弾性波を励起するための振動子、振動子と試料の間の結合層を含んだ系全体としての共振周波数が測定される。このため、測定によって得られる共振周波数を補正し、試料自体の共振周波数を求める必要がある。この補正の方法としては、単結晶の物性値を求めるための研究に関して Mozurkewich の報告⁽⁴⁾がある。音弾性法では微小な音速変化を測定しなければならないので、この補正を厳密に行うことが不可欠である。

本研究では、試料自体の共振周波数を求めるために必要な補正式と共振法による音弾性測定法、およびそ

* 原稿受付 平成3年6月5日。

*¹ 正員, 筑波技術短期大学(〒305 つくば市天久保4-3)。*² 正員, 大阪大学基礎工学部(〒560 豊中市待兼山町1-1)。*³ 横河電気(株)(〒180 武蔵野市中町2-9-32)。

のシステムを確立した。そして、2024-T 361 アルミニウム合金圧延板の突合せ溶接における残留応力の測定結果から、ここで示す方法とシステムにより薄板の応力が簡便に十分な精度で測定できることを確認した。

2. 共振周波数の測定方法

測定装置のブロック線図を図1に示す。振動系全体

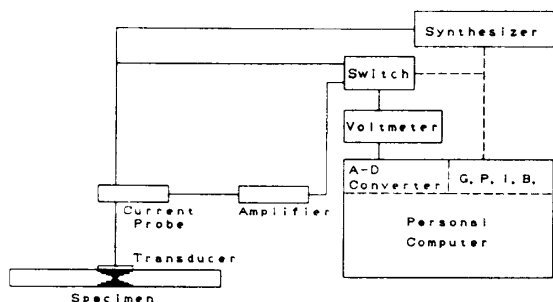
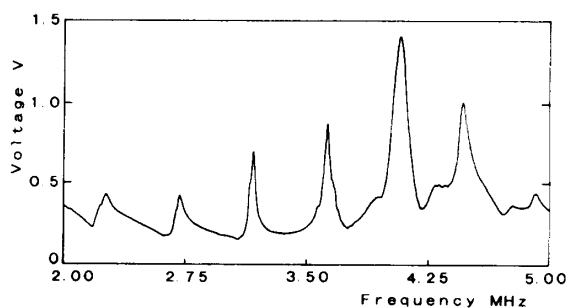
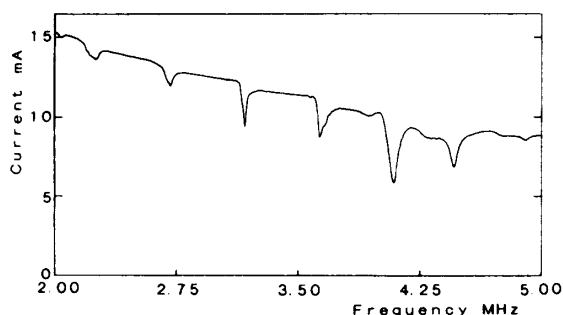


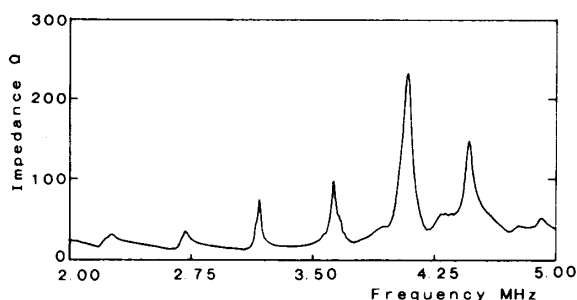
図1 測定装置のブロック線図



(a) 電圧



(b) 電流



(c) インピーダンス

図2 振動子の周波数応答曲線

の共振周波数を圧電振動子の電気的インピーダンスの周波数応答曲線上でピークを与える周波数から測定する。その手順は次のとおりである。

①周波数シンセサイザ(東亜電気 FS-241 B)から出力される連続正弦波信号の周波数をパーソナルコンピュータによって GPIB 制御し、振動子に印加する。

②各周波数に対する振動子電極間の電圧を交流電圧計(エヌエフ回路設計ブロック M-170)により rms 値に変換する。rms 値の変化に変換された電圧値を A/D 変換ボードを通じて、パーソナルコンピュータに取り込む。

③電圧測定終了後、パーソナルコンピュータの GPIB 制御によりスイッチを切り換えて、各周波数において振動子に流れる電流を測定する。電流はホール素子によるカレントプローブ(岩崎通信機 CP-502)を用いて検出され、その増幅器(岩崎通信機 CP-522)によって電圧に変換した後、交流電圧計に入力し、②と同様な方法をパーソナルコンピュータに取り込む。

④②と③で求めた各周波数に対する電圧と電流からインピーダンスの絶対値(電圧と電流の rms 値の比)を計算する。

⑤得られたインピーダンスの応答曲線上でピークを与える周波数を求める。ピーク周波数を求めるにあたって、ピークを含む $\pm 20 \sim 30$ 点を二次回帰曲線で近似し、その曲線の対称軸の値を共振周波数とした。

これら一連のプロセスは、すべてパーソナルコンピュータで制御、演算されるようにプログラム化した。

上記の方法により測定した横波用 PZT 圧電振動子(9 mm \times 9 mm、公称共振周波数 3 MHz)の電圧、電流およびインピーダンスの周波数応答曲線を各々図2(a)~(c)に示す。同図は、図3に示す形状の 2024-T 361 アルミニウム合金圧延板の試験片の中央に、振動子をサリチル酸フェニルで接着し、周波数範囲 2 ~ 5 MHz の間を 10 kHz おきに測定した例である。測定にあたり、側面からの反射波を減衰させるため試料面を粘着テープで覆った。

結果より、振動子の電気的インピーダンスの周波数応答曲線上には次数 5 から 11 の共振モードに対応す

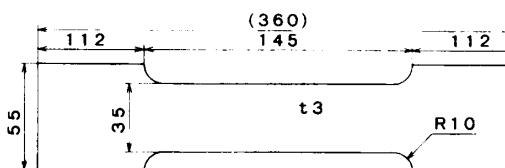


図3 試験片の形状

るピークが周期的に現れており、上記のシステムで共振系の共振周波数を測定できることがわかる。電圧と電流の応答曲線のいずれか一方からでも共振周波数の測定は可能である。しかし、ピークが最も鋭いインピーダンスの応答曲線から求めた値に比べれば、2～3倍のばらつきを示し、また電圧と電流の応答曲線上でピークを与える周波数が異なり、7～10 kHzの差があることから、本研究ではインピーダンスの応答曲線を測定に用いることにした。

3. 共振周波数の補正

共振法では、振動子および振動子と試料の間の音響結合層を含んだ系全体としての共振周波数が測定される。試料内の音速を求めるためには、振動子と結合層の影響を除去する必要がある。ここでは、単層(試料)系、結合層の影響を無視した二層系(図4)、および結合層を介して振動子と試料が結合した三層系(図5)の各々の場合の共振周波数の振動数方程式とそれから導かれる振動系に対する補正式を示す^{(4)~(6)}。これらは、各層中での運動方程式と境界条件から導出される。

3.1 各振動系の補正式 両端自由の境界条件下で、単層(試料)系の共振周波数の振動数方程式は、

$$\tan(\pi f t_s) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

図4に示した二層(試料-振動子)系の共振周波数の振動数方程式は、

$$Z_s \tan(\pi f t_s) + Z_T \tan(\pi f t_T) = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

図5に示した三層(試料-結合剤-振動子)系では、

$$Z_T \tan(\pi f t_T) + Z_B \tan(\pi f t_B) + Z_s \tan(\pi f t_s) - \frac{Z_T Z_s}{Z_B} \tan(\pi f t_T) \tan(\pi f t_B) \tan(\pi f t_s) = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、これらの式において、 Z_i は要素*i*の音響イン

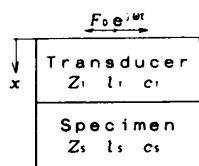


図4 二層(振動子-試料)系

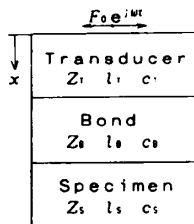


図5 三層(振動子-結合層-試料)系

ピーダンス(= $\rho_i c_i$), t_i は板厚方向の往復伝ば時間(= $2l_i/c_i$), ρ_i は密度, l_i は板厚, c_i は音速である。これらの量記号に対する添字*i*は、S, BまたはTをとり、それぞれ試料, 結合層, 振動子を表す。

振動系全体の共振周波数 f^c を試料単体の共振周波数 f^s と振動子結合によるずれ δf の和とする。

$$f^c = f^s + \delta f \quad \dots\dots\dots (4)$$

まず、二層系の場合の δf を導出する。式(2)より

$$\cot(\pi f^c t_s) = -\frac{Z_s}{Z_T} \cot(\pi f^c t_T) \quad \dots\dots\dots (5)$$

を得る。上式に式(4)を代入する。ここで、 Z_T は Z_s よりも十分に大きい。このため、試料-振動子系では、試料内の振動モードは一端固定-他端自由であるので、

$$\cot(\pi f^s t_s) = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

となることを考慮し、式(5)のTaylor展開で2次以上の微小量を無視すると、

$$\delta f = -\frac{1}{\pi t_s} \tan^{-1} \left\{ \frac{Z_s}{Z_T} \cot(\pi f^c t_T) \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

を得る。以下、この補正を“振動子補正”と呼ぶ。

次に三層系の場合の δf を導出する。式(3)より

$$\tan(\pi f^c t_s) = -\frac{Z_B Z_T \tan(\pi f^c t_T) + Z_B \tan(\pi f^c t_B)}{Z_s Z_B - Z_T \tan(\pi f^c t_T) \tan(\pi f^c t_B)} \quad \dots\dots\dots (8)$$

上式に式(4)を代入する。ここで、結合剤の音響インピーダンス Z_B は、通常 Z_T と Z_s より小さい。このため、試料-結合剤-振動子系では、試料の振動モードは両端自由であるので、

$$\tan(\pi f^s t_s) = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

となることを考慮し、2次以上の微小量を無視すると、

$$\delta f = -(1/\pi t_s) \times \tan^{-1} \left\{ \frac{Z_B Z_T \tan(\pi f^c t_T) + Z_B \tan(\pi f^c t_B)}{Z_s Z_B - Z_T \tan(\pi f^c t_T) \tan(\pi f^c t_B)} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

となる。以下、この補正を“ボンド補正”と呼ぶ。

試料内の音速 c_s は、試料-振動子系の場合では、試料の振動モードが一端固定-他端自由であるので、

$$c_s = 2l_s(f^c - \delta f)/(n - 1/2) \quad \dots\dots\dots (11)$$

一方、試料-結合剤-振動子系の場合では、試料の振動モードが両端自由であるので、

$$c_s = 2l_s(f^c - \delta f)/n \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 n は定在波モードの次数である。

式(7)と式(11)、または式(10)と式(12)に代入する l_i, c_i, ρ_i が既知であれば、測定によって得られた f^c を補正し、 c_s を求めることができる。式(7)および式(10)中の $t_s(=2l_s/c_s)$ は、求めるべき c_s に依存してい

るので、 c_s の仮定値と計算値の差が0.1 m/s以下に収束するまで逐次近似計算を繰返した⁽⁴⁾。

3・2 振動子補正とボンド補正の比較 図2に示した結果から $n=5\sim 11$ のモードの共振周波数 f^c が求まる。それらの f^c から振動子補正とボンド補正に基づいて計算した音速を図6に示す。

計算に用いた振動子、試料、接着剤の厚さ、音速、密度を表1に示す。表中、接着剤の厚さは振動子を試料に接着した後、全体の厚さを測定し、試料と振動子の厚さを引くことにより求めた値である。振動子の音速は振動子単独の状態において測定した共振周波数から求め、接着剤の音速は音響インピーダンスが既知の基準試料として選択したガラスとアルミニウムに、それぞれ接着剤を厚さ4 mm程度塗布し、基準試料と接着剤の境界面での反射率から求めたものである。

図6から明らかなように、 $n=9$ では振動子補正とボンド補正による値にはほとんど差がなく、それより n が大きくても小さくても両者の差は次第に大きくなる。 $n=9$ の共振周波数は振動子の共振周波数(4.072 MHz)に最も近い。試料と振動子の共振周波数が一致すれば、結合層の両面は同位相で振動する。このとき結合層の変形(せん断変形)は相対的に小さくなり、振動子と試料が直接音響的に結合した状態に近くなる。

実際の測定において数 μm 程度の結合剤または接着剤の厚さとその音響インピーダンスを十分な精度で求めることは困難である。振動子の共振周波数に最も近いモードの共振周波数を用いれば、結合層の影響を考慮する必要がなく、振動子補正で精度よく試料内の音速を求めることができる。なお、無補正($\delta f=0$)で式

(11)から音速を求めると、 $n=9$ の共振周波数に対しては2947 m/sとなり、補正を省略することはできない。

4. 実 験

4・1 横波の音弾性法則 主応力方向に偏った二つの横波の音速差より得られる音響異方性 B は、集合組織による効果(組織音響異方性 α)と応力による効果(応力音響異方性)の和として、

$$B = \frac{V_{T1} - V_{T2}}{V_{T0}} = \alpha + C_A(\sigma_1 - \sigma_2) \dots\dots\dots (13)$$

のように表される⁽¹⁾。ここで、 V_{T1} と V_{T2} は主応力方向に偏向した横波の音速、 V_{T0} は無応力状態における横波の音速(通常、無応力状態における二つの横波の音速の平均値で近似する)、 C_A は横波の音弾性定数、 $(\sigma_1 - \sigma_2)$ は主応力差である。

この法則によれば、応力状態での音響異方性から α を除去することによって、応力差を評価することができる。本研究では、主応力方向と圧延方向を一致させるので、圧延方向に偏向する横波の音速を V_{T1} 、垂直方向に偏向する横波の音速を V_{T2} とする。

4・2 共振周波数測定用振動子 本実験で使用した共振測定振動子を図7に示す。直径26 mmの円形に加工されたバック材の中央部に、シリコンゴムシーラント(液状)を用いて接着された横波用PZT圧電振動子(9 mm×9 mm、公称共振周波数3 MHz)が黄銅パイプの中にはめ込まれている。振動子に密着するバック材の音響インピーダンスが大きいと、振動系がバック材-振動子-結合剤-試料の四層構造となり、解析が複雑になる。これを避けるため、バック材には音響インピーダンスの小さいシリコンゴム(約 $8.5 \times 10^5 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s} < Z_T/20$)を用いた。シリコンゴムの厚さの決定にあたっては、シリコンゴム中を伝ばする超音波を減衰させ、バック材も含んだ定在波

表 1 振動子、接着剤、試料の諸数値

	Density (kg/m ³)	Wave velocity (m/s)	Thickness (mm)
Transducer	7650	2365	0.291
Bond	1250	1380	0.003
Specimen	2700	-	3.068

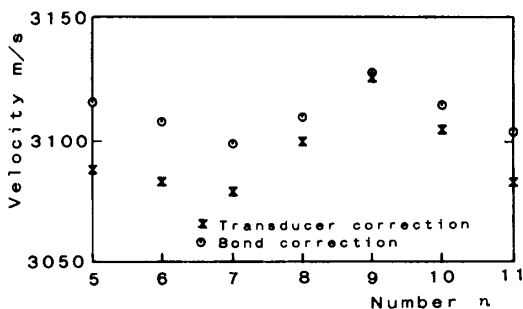


図 6 振動子補正とボンド補正の比較

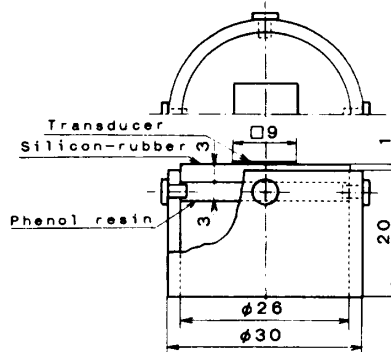


図 7 共振測定用振動子

が発生しないように配慮した。ここでは、厚さを 0.5 mm から 0.5 mm おきに増加させて振動子の共振周波数を測定し、共振周波数が不変となる最小厚さ 3.0 mm を選んだ。

4.3 音弾性定数の測定 上述の共振測定用振動子を用いて、図 3 に示した形状の 2024-T 361 アルミニウム合金板に 300 MPa までの単軸引張応力(圧延方向に対して垂直)を負荷し、30 MPa おきの各応力下での音響異方性を共振法により測定した。測定においては、試料の表面に結合剤(エポキシ樹脂系接着剤の主剤)を薄く塗り、その上から偏向方向が引張応力の方向と一致するように振動子を押し付け、共振周波数を測定した。測定終了後、振動子を 90° 回転して押し付け、同様な応力下での共振周波数を測定した。結果から振動子補正を施して求めた音響異方性と応力の関係の一例を図 8 に示す。図中に示された音響異方性と応力の関係から α と C_A を最小二乗法で計算した。この結果を遅延材つき広帯域圧電振動子(Panametrics V 221, 中心周波数 10 MHz)を使用して同じ条件下で行ったシングア라운드法による結果と比較して表 2 に示す。

共振法とシングア라운드法により求めた α と C_A の値は、よく一致しており、圧電振動子を接着しなくても音響異方性を精度良く測定できることが確認され

た。なお、表中の共振法による α と C_A の値は、10 回の測定結果の平均値を示しており、分散は各々 0.068 %, $0.009 \times 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$ であった。

ここで、前章に示したように、共振法において振動子の共振周波数に最も近いモードの共振周波数を音速の算出に用いれば、結合層の影響を受けにくいという結果が得られたことより、試料の表面粗さに対しても鈍感である可能性がある。そこで、試料の表面粗さが音速測定の精度に及ぼす影響を検討するために、図 3 に示した試験片の表面を 120, 240, 400, 800 番の 4 種類の粒度のサンドペーパーで仕上げ、各場合で 20 回測定し、横波の音速を求めた。結果を表 3 に示す。

共振法では試料表面を 400 番程度のサンドペーパーで仕上げた状態でも、音速測定値の信頼度は $\pm 1.0 \text{ m/s}$ と高く、横波の音速を精度よく測定できる。

4.4 突合せ溶接板の残留応力測定 単軸引張試験に使用した材料と同種のアルミニウム合金板をイナートガス・タングステンアーク溶接法で突合せ溶接し、そのとき発生する残留応力を共振法によって測定した。突合せ溶接板の形状と測定位置(図中の Line 1 ~ 3)を図 9 に、溶接部詳細と溶接順序(図中の①~③)を図 10 に示す。溶接棒は試料板から切り出した。測定部の表面は、シングア라운드法による測定を可能とするため、2000 番のサンドペーパーで仕上げられている。

測定は溶接板の測定線上に結合剤(エポキシ樹脂系接着剤の主剤)を薄く塗布し、偏向方向が y 軸方向になるように振動子を試料に押し付ける。押し付け力によって結合剤が十分薄くなった後、9 次モードの共振周波

表 2 共振法とシングア라운드法の比較

	Texture anisotropy α %	Acoustelastic constant $C_A \times 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$
Resonance method	-0.592	-4.43
Sing-around method	-0.540	-4.12

表 3 表面粗さの影響

Surface roughness	#800	#400	#240	#120
Wave velocity (m/s)	3107.0 ± 1.0	3109.1 ± 1.0	3110.1 ± 2.5	3105.5 ± 3.0

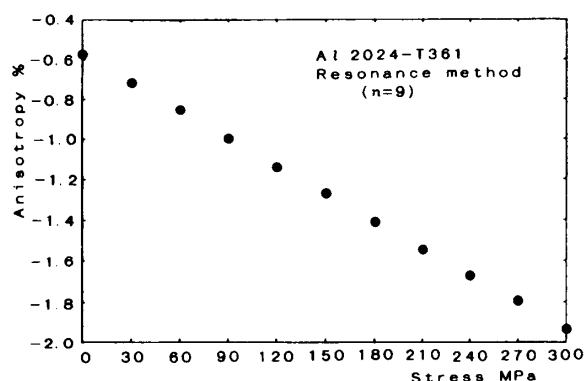


図 8 応力と音響異方性の関係の一例

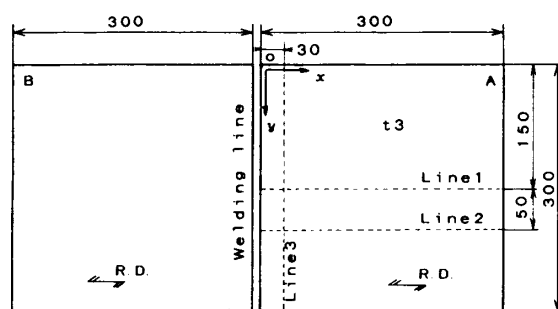


図 9 突合せ溶接板の形状と測定位置

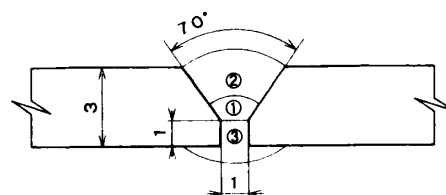


図 10 溶接部詳細と溶接順序

数を測定する。測定終了後、振動子を90°回転して、同様に共振周波数を測定する。1回の測定に要する時間は、結合剤が薄く広がる時間を含めて約2minであった。以下、操作を各測定点に対して行い、各測定線上の音響異方性の分布を求めた。実験には、パーソナルコンピュータの GPIB 制御によって振動子を移動、回転および圧着できる三次元移動台を用いた。

ここで、前節に示した測定では振動子補正を行うにあたり、測定した試料の板厚 l_s を用い、また式中に音速 c_s が含まれているので、逐次近似法により音速を計算した。この方法で音響異方性の分布を求めるためには、すべての測定点で l_s を測定しなければならない。ここでは、振動子補正の補正式を変形し、 l_s と逐次近似法を用いずに音響異方性を求める近似式を示す。

試料内の横波の音速 $V(=c_s)$ は、式(7)と(11)より、

$$V = \frac{2l_s}{n-1/2} \left[f^c - \frac{1}{\pi l_s} \tan^{-1} \left\{ \frac{Z_s}{Z_r} \cot(\pi f t_r) \right\} \right] \dots\dots\dots(14)$$

$t_s = 2l_s/V$ であるので、

$$V = 2\pi l_s F(f^c) \dots\dots\dots(15)$$

ここで、

$$F(f) = \frac{f}{(n-1/2)\pi + \tan^{-1} \left\{ Z_s/Z_r \cot(\pi f t_r) \right\}} \dots\dots\dots(16)$$

式(13)において、集合組織および応力による音速の変化量は、絶対音速に比べて微小であるので、分母 V_{T0} は $(V_{T1} + V_{T2})/2$ と近似できる。式(15)を式(13)に代入し、応力時の試料の板厚の変化は十分小さいとすると、音響異方性 B は次式により求めることができる。

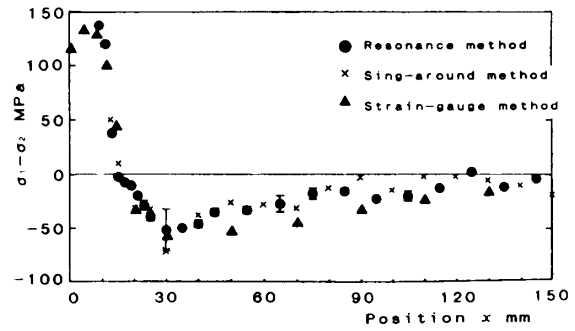
$$B \approx \frac{F(f_{T1}) - F(f_{T2})}{\{F(f_{T1}) + F(f_{T2})\}/2} \dots\dots\dots(17)$$

ここで、 f_{T1} と f_{T2} は各々主応力方向に対して水平、および垂直方向に偏向する横波の共振周波数である。

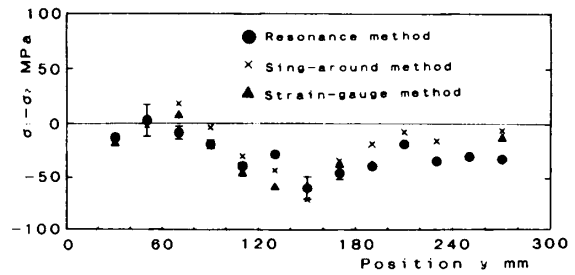
この近似式によれば、試料の板厚 l_s と逐次近似法を用いずに音響異方性を算出できる。以下に示す結果は、この式を用いて計算したものである。

図9に示した Line 1 と Line 2 上で溶接前の音響異方性(組織音響異方性 α)を測定した結果、ばらつきは小さく($\pm 0.03\%$ 程度)、また、Line 1 と Line 2 上の平均値はよく一致していた。そこで、分布は均一であると、両者の平均値 0.394% を試料全体の α とした。

溶接後、Line 1 と Line 3 で音響異方性を測定し、その結果から α を差し引いて残留応力を計算した。こ



(a) Line 1



(b) Line 3

図 11 残留応力測定値の比較

の結果を同じ測定線上で測定したシングア라운드法の結果およびひずみゲージを貼り付けた後、切断して解放ひずみから求めた残留応力と比較して図 11(a)、(b)に示す。なお、図において●印に付した垂直方向の直線(I)は、共振法による結果のばらつきを示している。共振法により求めた主応力差は、最大でも $\pm 10 \sim 15$ MPa の誤差内でシングア라운드法およびひずみゲージによる結果と一致しており、共振法による残留応力測定法の有効性が確認された。

5. ま と め

共振法を音弾性法に適用することによって、薄板の応力を $\pm 10 \sim 15$ MPa の精度で測定できる。圧電振動子を接着せずに測定でき、圧電振動子の共振周波数に近い共振モードを使用すれば音響結合層の影響を無視できることがわかった。シングア라운드法などによる音速測定法では、2000 番程度のサンドペーパーによる表面仕上げが必要であるのに対し、共振法では 400 番程度のサンドペーパーによる表面仕上げでも測定精度は低下せず、共振法は表面粗さにも鈍感で実用性の高いことが示された。ただし、測定面の平面度は同様に要求される。

本実験では、比較のためシングア라운드法でも測定可能な板厚の試料を用いたが、これよりさらに薄い試料でも、共振法によれば音弾性測定が可能である。測定対象物が薄くなると共振周波数の間隔が広がる。

測定物と圧電振動子の共振周波数を一致(あるいは接近)させるためには, 測定に用いる振動子の厚さを選択すればよい。

文 献

- (1) 例えば, 福岡, 機論, 49-400, A(1983), 403.
- (2) Hirao, M. and Fukuoka, H., *J. Appl. Mech.*, 46-3(1979), 663.
- (3) Hirao, M., Miura, Y. and Fukuoka, H., *J. Appl. Mech.*, 48-4(1981), 966.
- (4) Mozurkewich, G., *J. Acoust. Soc. Am.*, 86-3(1989), 885.
- (5) Bolef, B. I. and Menes, M., *J. Appl. Phys.*, 31-6(1960), 1010.
- (6) 城戸, 音響工学, (1980), 14, コロナ社.